FIZIČKI PRAKTIKUM

OBRADA REZULTATA MJERENJA

Zavod za fiziku
Fakultet prirodoslovno-matematičkih znanosti i odgojnih područja
Split
2001-2003.

SADRŽAJ:

1. ZAPIS REZULTATA

2. POGREŠKE MJERENJA

3. OBRADA REZULTATA

4. PISANJE IZVJEŠĆA

5. DODATNA LITERATURA

1. ZAPIS REZULTATA

Tijekom izvođenja mjerenja, vrijednosti izmjerenih veličina valja bilježiti u pregledno organizirane **tablice**. Pritom je važno u vrhu svakog stupca tablice staviti oznaku fizikalne veličine i uz nju mjernu jedinicu u uglatim zagradama (npr. **t[s]** predstavlja vrijeme u sekundama).

1.1. ZAPIS BROJEVA

Ispis brojeva je obično jednostavan postupak, no u fizici nailazimo na brojeve koji su toliko mali ili pak toliko veliki da to često postaje nezgodno. Primjerice, masa elektrona (u kilogramima) je 0.911 s još 30 nula između decimalne točke i 9. Udaljenost (u metrima) do zvijezde najbliže našem Sunčevu sustavu je 32 popraćeno s 15 nula. Pošto 10^2 predstavlja 1 s dvije nule, prethodni broj se može pisati kao $32 \cdot 10^{15}$. Primjenom istih pravila za eksponent masa elektrona može se napisati kao $9.11 \cdot 10^{-31}$. Ova pravila znače da kad god pomaknemo decimalnu točku za jedno mjesto ulijevo, eksponentu od 10 dodaje se -1, a kad je pomaknemo udesno, dodaje mu se +1. (Primijetimo, prelaskom od -31 na -32 broj se smanjuje za faktor 10.)
Mnogi kalkulatori automatski daju rezultat u ovom obliku. Obično se decimalna točka postavlja nakon prve znamenke različite od 0 (znanstveni zapis), pa je

masa $9.11 \cdot 10^{-31}$
udaljenost $3.2 \cdot 10^{16}$

Većina kompjutora i kalkulatora ispisat će ove brojeve kao

masa 9.11 E-31
udaljenost 3.2 E16

Ponekad susrećemo i malo e. Broj ispred E naziva se mantisa, a broj iza E potencija.

1.2. SIGURNE ZNAMENKE

Teorija sigurnih znamenki bavi se pouzdanošću znamenki brojeva koje bilježimo. Ako smo mjerenjem ustanovili da je visina neke osobe 175 cm, to znači da smo sigurni za 1 i 7 te da 5 bolje odgovara nego 4 ili 6; dakle, sve tri su sigurne znamenke.
Sigurna znamenka predstavlja broj čiji iznos je potvrđen pouzdanim mjerenjem.
Broj sigurnih znamenki zabilježen mjerenjem ovisi djelomice o mjernom uređaju, a djelomice o tome što mjerimo. Ako objekt kojeg mjerimo nema dobro definirane krajeve, tada mjerenje može samo po sebi biti nepouzdanije od najmanjeg podjeljka mjernog instrumenta. Primjer za ovo je mjerenje duljine podlaktice. Sličan problem susrećemo npr. kad pomičnom mjerkom određujemo dimenzije predmeta čiji se rubovi pod pritiskom lako deformiraju, ili kad zadnja znamenka na nekom digitalnom

mjernom instrumentu stalno oscilira. Sve su to slučajevi kad treba pažljivo ocijeniti pouzdanost mjerenja, te u skladu s time odrediti kako ćemo bilježiti očitanje.
Ako mjerimo s pouzdanošću do na centimetar, ne smijemo zabilježiti mjerni rezultat kao 35.1 cm jer bi to značilo da je mjerenje pouzdano do na desetinku centimetra. Zato moramo rezultat zabilježiti kao 35 cm. Svako mjerenje koje obavljamo mora imati prikladan broj sigurnih znamenki. **Nema smisla bilježiti mnogo znamenki koje nisu sigurne.**

Pravila za standardni zapis brojeva

(1) Sve znamenke nekog broja, različite od 0, su sigurne. Npr. 35.1 cm ima tri sigurne znamenke.
(2) Nule koje leže između dvije znamenke različite od 0 su sigurne. Npr. nula u 1023 je sigurna.
(3) Nule koje slijede nakon posljednje znamenke različite od 0 (npr. u broju 123 000) najčešće predstavljaju samo red veličine, osim ako je drukčije naznačeno, npr. povlakom iznad nula. U tom slučaju i naznačene nule su sigurne.
(4) Ako broj sadrži decimalnu točku:
(a) Nule koje leže između decimalne točke i prve znamenke različite od 0 predstavljaju samo red veličine. Takav broj ima onoliko sigurnih znamenki koliko ih se nalazi od prve znamenke različite od 0 pa dalje udesno. Npr. 0.00123 ima tri sigurne znamenke, 0.0010230 ih ima pet, 1.00023 ih ima šest.
(b) Nule koje slijede znamenke različite od 0 sigurne su u svakom broju s decimalnom točkom. Npr. 1230.00 ima šest sigurnih znamenki.

Pravila za znanstveni zapis brojeva

U znanstvenom zapisu, sve znamenke u broju su sigurne. Ovaj zapis uvodi brojeve napisane kao umnožak decimalnog broja (s jednom znamenkom različitom od 0 lijevo od decimalne točke) i neke potencije broja 10. Npr.:

- $1.23 \cdot 10^5$=123 000 (3 sigurne znamenke)
- $1.2300 \cdot 10^5$=123 000 (5 sigurnih znamenki)
- $1.23 \cdot 10^{-3}$=0.00123 (3 sigurne znamenke)
- $1.2300 \cdot 10^{-3}$=0.0012300 (5 sigurnih znamenki)

Pravila za određivanje broja sigurnih znamenki u konačnom rezultatu:

(1) Kad zbrajamo ili oduzimamo brojeve, rezultat smije imati najviše onoliko sigurnih decimalnih odnosno dekadskih jedinica koliko ih je u pribrojniku koji ih ima najmanje. Npr.:

- 7.23 + 51 = 58 (a ne 58.23)
- $3.45 \cdot 10^5 + 1.23 \cdot 10^4 = 3.57 \cdot 10^5$ (a ne $3.573 \cdot 10^5$ ili $35.73 \cdot 10^4$).

Razlog za ovo je jasniji primijetimo li da je $1.23 \cdot 10^4 = 0.123 \cdot 10^5$, dakle on zaista ima jednu sigurnu dekadu (u ovom zapisu decimalu) više nego drugi pribrojnik.

(2) Kod množenja ili dijeljenja, rezultat treba imati isti broj dekadskih ili decimalnih jedinica kao onaj od uključenih brojeva koji ih ima manje. Npr.:

- $6.3 \cdot 2504 = 1.6 \cdot 10^4$ (a ne 15775.2 ili $1.57752 \cdot 10^4$)

Valja uočiti da u rezultatu decimale ne smiju biti samo odrezane, već broj mora biti pravilno **zaokružen** na sljedeći način:

- ako se prva odrezana znamenka nalazi u intervalu 0-4, znamenka ispred nje zaokruživanjem ostaje ista
- ako se prva odrezana znamenka nalazi u intervalu 5-9, znamenka ispred nje zaokruživanjem se povećava za 1

Napomena: Ukoliko se račun, putem kojega iz mjerenih vrijednosti dobijamo konačni rezultat, sastoji iz više koraka (što je najčešće slučaj), pri čemu nastaje više međurezultata, tada u međurezultatima valja uvijek zadržati sve decimale koje nam daje računski instrument, a rezanje decimala i zaokruživanje obaviti tek kod konačnog rezultata, i to na osnovi broja sigurnih znamenaka u ulaznim veličinama. Na taj se način izbjegava povećanje nepouzdanosti konačnog rezultata uslijed višestrukog zaokruživanja tijekom računskog postupka.

U **konačnom rezultatu**, dobijenom računskom obradom izmjerenih vrijednosti, uobičajeno se navode **sve sigurne znamenke i još jedna koja je nesigurna**. (Navođenje svake sljedeće nesigurne znamenke nema nikakvog smisla ako je već znamenka ispred nje nesigurna.) Taj rezultat najbolje je pisati u znanstvenom obliku, pri čemu srednja vrijednost i pripadna pogreška obvezno trebaju imati isti broj znamenki nakon decimalnog zareza. Iznimka je ako je zadnja znamenka pogreške koju želimo ostaviti jednaka 1, a sljedeća bi trebala nestati zaokruživanjem. Tada ostavljamo i tu sljedeću znamenku, jer bi se zaokruživanjm napravila relativno velika razlika. Srednju vrijednost i pogrešku stavljamo u oble zagrade, a iza njih potenciju (red veličine) i mjernu jedinicu. Primjeri:

$$\mathbf{V=(3.2\pm0.2)\cdot10^{-3}m^3}$$
$$\mathbf{I=(2.5\pm0.14)\cdot10^{-2}A}$$

2. POGREŠKE MJERENJA

Pogreške obično dijelimo u 3 tipa: sistematske, slučajne i grube.

Sistematske pogreške

Sistematske pogreške prouzročene su poznatim uzrocima i u načelu mogu biti uklonjene. Pogreške ovog tipa rezultiraju izmjerenim vrijednostima koje su konzistentno previsoke ili pak preniske. Dijelimo ih u 4 vrste prema uzroku.

1. **Instrument:** Loše baždaren instrument, npr. termometar koji pokazuje 102°C u kipućoj, a 2°C u zaleđenoj vodi pri normiranom atmosferskom tlaku. Takav instrument pokazivat će izmjerene vrijednosti koje su konzistentno previsoke.

2. **Opažač:** Npr. očitavanje skale metra pod nekim kutem.

3. **Okolina:** Npr. pad napona u gradskoj mreži uslijed kojeg će izmjerene struje biti stalno preniske.

4. **Teorija:** Uslijed pojednostavljenja modela ili aproksimacija u jednadžbama koje ga opisuju. Npr. ako prema teoriji temperatura okoline ne utječe na očitanja, a u stvarnosti utječe, taj će faktor predstavljati izvor pogreške.

Slučajne pogreške

Slučajne pogreške su pozitivne i negativne fluktuacije koje čine otprilike polovinu mjerenih vrijednosti preniskim, a polovinu previsokim. Uzroci slučajnih pogreški ne mogu uvijek biti identificirani. Mogući uzroci su sljedeći:

1. **Opažač:** Npr. greška u prosudbi opažača kad očitava vrijednosti na najmanjem podjeljku skale.

2. **Okolina:** Npr. nepredvidive fluktuacije mrežnog napona, temperature ili mehaničkih vibracija uređaja.

Za razliku od sistematskih, slučajne pogreške mogu biti obrađene statističkom analizom te na taj način obično može odrediti koliki je utjecaj ovih pogreški na fizikalnu veličinu ili zakon.

Kao primjer za razliku između sistematskih i slučajnih pogreški možemo uzeti uporabu zapornog sata za mjerenje trajanja 10 oscilacija nekog njihala. Jedan od uzroka pogreške bit će vrijeme reagiranja opažača. Kod jednog mjerenja možemo

slučajno početi prerano a stati prekasno, kod drugog obrnuto. To su slučajne pogreške ako su obje situacije jednako vjerojatne. Ponovljena mjerenja daju seriju rezultata koji se malo međusobno razlikuju. Oni na slučajan način odstupaju od srednje vrijednosti.

Ako je nazočna i sistematska pogreška, npr. ako zaporni sat ne počinje od nule, rezultati će na slučajan način odstupati ne od srednje, već od neke pomaknute vrijednosti.

Grube pogreške

Gruba pogreška nema veze ni s jednim od gore navedenih čimbenika, već je rezultat grubog, subjektivno uvjetovanog propusta u mjernom postupku. Opažač može zabilježiti krivu vrijednost, krivo očitati sa skale, zaboraviti znamenku prilikom očitavanja sa skale ili učiniti drugi sličan propust. Rezultati s ovakvim pogreškama trebali bi vidljivo odskakati od ostalih, ako je učinjeno više mjerenja ili ako jedna osoba provjerava rad druge. Oni se ne bi smjeli uključiti u analizu podataka.

3. OBRADA REZULTATA

3.1. RAČUN POGREŠAKA

SREDNJA VRIJEDNOST

Srednja vrijednost je broj koji će predstavljati rezultat našeg mjerenja u slučajevima kad smo izvršili **više uzastopnih, nezavisnih mjerenja iste veličine**. Označimo tu veličinu sa x, broj mjerenja sa n. Tako se dobija distribucija mjerenja (x_1,x_2,x_3,...,x_n). Ovo razmatranje ima smisla uz pretpostavku da su pogreške nastale u mjernom postupku isključivo slučajne prirode. Računanje srednje vrijednosti provodi se po formuli:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i-1}^{n} x_i}{n}$$

Naravno, ne možemo taj broj smatrati pravim iznosom tražene veličine.To je samo najbolja aproksimacija tog iznosa koja se može dobiti iz dotične serije mjerenja, uz pretpostavku da su pogreške nastale u mjernom postupku isključivo slučajne prirode. Mjera za disperziju rezultata oko srednje vrijednosti dana je iznosom **standardne devijacije**:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n} (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Ova formula rezultat je teorijskih razmatranja. Za veliki n (>25) obično se umjesto n-1 u nazivniku stavlja n. Standardna devijacija predstavlja točnost s kojom je izvršeno pojedino mjerenje. Što je ona manja, za niz mjerenja kažemo da je točniji.

Prema teoriji vjerojatnosti, za veliki broj mjerenja čije vrijednosti variraju prema načelu slučajnosti, približno 68% rezultata bit će unutar intervala radijusa σ oko srednje vrijednosti, 95% rezultata nalazit će se unutar radijusa 2σ , a 99% unutar radijusa 3σ. Dakle, unutar intervala $\pm 3\sigma$ nalaze se praktički sve pogreške mjerenja.

Konačni rezultat bilježimo u obliku

$$x = \bar{x} \pm \sigma_x$$

pri čemu je σ_x **standardno odstupanje** ili **standardna devijacija aritmetičke sredine**:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}(x_n - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

Ova se formula dobija primjenom formule za pogreške izvedenih veličina ako shvatimo aritmetičku sredinu kao funkciju od n pojedinačnih mjerenja ($x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$) od kojih je svako određeno s vlastitom pogreškom jednakoj standardnoj devijaciji σ.

Prema teoriji vjerojatnosti, 68% je vjerojatno da se prava vrijednost mjerene veličine nalazi unutar intervala radijusa σ_x oko srednje vrijednosti, 95% rezultata nalazit će se unutar radijusa $2\sigma_x$, a 99% unutar radijusa $3\sigma_x$. Dakle, standardna devijacija aritmetičke sredine veličina je koja nam omogućuje da na osnovu mjernih rezultata u terminima vjerojatnosti lociramo pravu vrijednost mjerene veličine.

Za veliki n ovaj će izraz prijeći u:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i-1}^{n}(x_n - \bar{x})^2}{n^2}} = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i-1}^{n}(x_n - \bar{x})^2}$$

a to je upravo onaj oblik u kojemu se on najčešće koristi.

SLOŽENE POGREŠKE

Ako je moguće ustanoviti iznos sistematske pogreške, tada ukupnu pogrešku možemo podijeliti na sistematsku i slučajnu pomoću formule:

$$\sigma^2_{\mathbf{ukupna}} = \sigma^2_{\mathbf{slucajna}} + \sigma^2_{\mathbf{sistematska}}$$

Slično razmatranje može se primijeniti i u slučaju kad je jedna veličina izmjerena na više različitih načina ili u više različitih nizova mjerenja, pri čemu je dobijeno n srednjih vrijednosti, svaka s pripadnom pogreškom odnosno standardnom devijacijom. Sva mjerenja nisu uvijek provedena s jednakom pouzdanošću, pa stoga i ne doprinose jednako ukupnoj pogrešci. U takvom slučaju, ukupna srednja vrijednost računa se kao:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i-1}^{n}\overline{x_i}}{n}$$

a pogreška:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i-1}^{n}\sigma_i^2}$$

POGREŠKE IZVEDENIH VELIČINA

Pretpostavimo da nas zanima neka fizikalna veličina y koju ne možemo izmjeriti izravno, ali možemo nezavisno izmjeriti veličine $x_1,x_2,x_3,...,x_n$ koje su s njom funkcijski povezane na nama poznat način, te je iz njih izračunati. Zato takvu veličinu nazivamo **izvedena veličina**.(Npr. računanje površine pravokutnika P iz mjerenja duljine njegovih stranica a i b). Svaku od mjerenih veličina dobijamo kao srednju vrijednost s pripadnom pogreškom, te iz toga računamo srednju vrijednost i pogrešku izvedene veličine.

Općenito, ako je $y=f(x_1,x_2,x_3,...,x_n)$, pri čemu je za i=1,...,n

$$x_i = \bar{x}_i \pm \sigma_i$$

Tada je srednja vrijednost izvedene veličine:

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$$

a pogreška:

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial y}{\partial x_i}\bigg|_{x_1=\bar{x}_1,\, x_2=\bar{x}_2,\ldots}\right)^2 \cdot \sigma_i^2}$$

Ako je cilj našeg eksperimenta računanje iznosa neke fizikalne konstante čiji je iznos - dobijen naprednijim metodama - poznat iz literature, tada je dobro dobijeni iznos (tj. njegovu srednju vrijednost) usporediti s poznatim računajući **relativnu pogrešku**:

$$\text{relativna pogreška} = \frac{100 \cdot (\text{pravi iznos - dobijeni iznos})}{\text{pravi iznos}}$$

METODA NAJMANJIH KVADRATA-LINEARNA REGRESIJA

Pretpostavimo da u mjernom postupku dobijamo parove izmjerenih veličina (x_i,y_i) tako da sami mijenjamo i bilježimo x_i , čime neizravno mijenjamo i vrijednosti y_i . Ako između veličina x i y postoji linearna ovisnost

$$\mathbf{y=ax+b}$$

tada bi n parova vrijednosti (x_i,y_i) trebali, kad se ucrtaju u koordinatni sustav, približno ležati na pravcu čiju smo jednadžbu naveli. Pretpostavimo da između

prometranih veličina postoji linearna ovisnost i da su sva odstupanja od pravca slučajne prirode. Nepoznate parametre pravca tada možemo izračunati zahtijevajući da suma

$$\sum_{i=1}^{n}\left[y_i - (ax_i + b)\right]^2$$

ima minimum, te tražeći parametre pravca s kojima će se to dogoditi. Gornja suma imat će minimum ako su njene parcijalne derivacije po oba parametra jednake 0. Deriviranjem i izjednačavanjem s 0, te rješavanjem tako dobijenog sustava, dobijamo parametre pravca regresije:

$$a = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\cdot\overline{y}}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}$$
$$b = \overline{y} - a\overline{x}$$

Pripadne pogreške (dobijene drukčijim razmatranjem) će biti:

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{\overline{y^2} - \overline{y}^2}{\overline{x^2} - \overline{x}^2} - a^2\right)}$$
$$\sigma_b = \sigma_a\sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2}$$

Ako je pak pretpostavljena ovisnost oblika y=ax, tada je

$$a = \frac{\overline{xy}}{\overline{x^2}}$$

s pogreškom

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{\overline{y^2}}{\overline{x^2}} - a^2\right)}$$

Napomenimo još da je ova metoda vrlo široko primjenljiva, pa i na ovisnosti koje nisu linearne. Na neke od njih metodu možemo primijeniti izravno, dok neke druge možemo logaritmiranjem svesti na linearne pa tražiti pravac regresije za parove (ln x, ln y).

3.2. GRAFOVI

Cilj mnogih pokusa je pronalaženje ovisnosti među izmjerenim veličinama. To se može postići grafičkim prikazivanjem dobijenih rezultata. Pretpostavimo da smo u

našem pokusu mijenjali neku fizikalnu veličinu x i time uzrokovali promjenu neke druge, o njoj zavisne, fizikalne veličine y. Na taj način dobijaju se parovi mjerenih vrijednosti (x_i,y_i) koje onda kao točke u pogodnom mjerilu ucrtavamo u koordinatni sustav. Pritom valja slijediti ove upute:

1. Nacrtati graf na papiru dovoljne veličine, kako točke ne bi bile suviše sabijene jedna uz drugu. Naime, iz sabijenog grafa možda neće biti sasvim uočljiv karakter ovisnosti među izmjerenim veličinama, npr. možemo segment parabole proglasiti pravcem ili obratno.

2. Uz graf se treba nalaziti vrlo kratki opis (nekoliko riječi), u kojem će biti naznačeno o kojim se veličinama radi, te eventualno podaci o ostalim parametrima i uvjetima vezanim uz nacrtanu seriju mjerenja.

3. Nezavisna varijabla (veličina koju vršitelj pokusa može neposredno podešavati po svojoj volji) ucrtava se duž x-osi, a zavisna (ona koja se tijekom pokusa mijenja uslijed promjena nezavisne varijable) ucrtava se duž y-osi.

4. Uz krajeve svake osi označiti veličinu koja joj je pridružena, te jedinice u kojima je os baždarena u uglatim zagradama (npr. **t[s]** je vrijeme u sekundama). Ako smo os baždarili u jedinicama koje su decimalni dijelovi ili pak dekadski višekratnici dotične veličine, to također valja naznačiti (npr. **B[10^{-5}T]** znači da podjeljak skale duljine 1 na osi predstavlja promjenu magnetskog polja B za 10^{-5}T). Veličine moraju moraju obvezno biti izražene u jedinicama međunarodnog sustava (SI), pri čemu je dozvoljeno koristiti prefikse (npr. **cm**, **hPa** itd.)

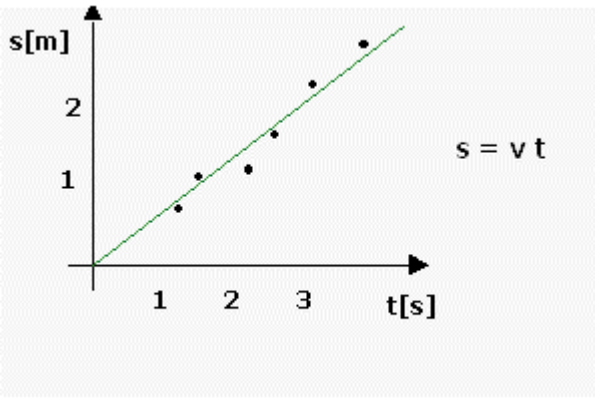
5. Svaku os izbaždariti tako da nakon ucrtavanja točaka ne ostane previše praznog prostora ni u jednom smjeru. (Npr. ako nam se vrijednosti veličine prikazane na osi x nalaze u rasponu od 0.2 do 0.8, tada je zgodno odabrati skalu koja ide od 0 do 1.0; ako bi stavili npr. od 0 do 2.0, ostalo bi nam previše praznog prostora.) Svaku os valja početi od 0 ukoliko je to moguće, tj. ukoliko najmanja vrijednost na nekoj osi nije puno veća od raspona između najmanje i najveće vrijednosti.

6. Ucrtati pravac (ili glatku krivulju) koja najbolje odgovara eksperimentalnim točkama, naznačivši parametre ovisnosti dobijene računom (kompjutorski ili "pješice").

Na donjoj slici nalazi se jednostavan primjer grafa zavisnosti puta o vremenu kod jednolikog gibanja. U određenim trenucima vremena bilježen je prevaljeni put. Brzina, koja je ustvari koeficijent smjera ucrtanog pravca regresije, dobijena je metodom najmanjih kvadrata iz eksperimentalnih točaka.

Eksperimentalni podaci upisuju se u tablicu:

t[s]	s[m]
1.3	0.7
1.6	1.1
2.3	1.2
2.7	1.5
3.2	2.2
4.0	2.9



Pretpostavljena ovisnost puta (**s**; os y) o vremenu (**t**; os x) je **s=vt**.

Linearnom regresijom iz navedenih se podataka dobija **v=(0.65±0.03)ms^{-1}**.

4. PISANJE LABORATORIJSKIH IZVJEŠĆA (REFERATA)

Izvješća mogu biti pisana na kompjutoru (preporučljivo) ili čitljivim rukopisom na papiru formata A4, a svako izvješće obvezno mora sadržavati:

1. **Ime** i **prezime** studenta te **datum** izvođenja vježbe
2. **Redni broj** i **naslov** vježbe
3. **Cilj** vježbe u 1-2 rečenice
4. **Skica** mjernog uređaja s označenim dijelovima
5. Sažeti **opis mjernog postupka** (koje su veličine mjerene i kako)
6. Zapis **rezultata** mjerenja iz kojeg je vidljivo što je mjereno i u kojim jedinicama
7. **Neodređenost** odnosno **pogrešku** rezultata mjerenja
8. **Izračunate veličine** u pravilnom obliku ispisa s jasno naznačenim **računskim postupkom** (formule, račun pogrešaka)
9. **Grafički prikaz** rezultata (izrađen ručno na milimetarskom papiru, ili kompjutorski ispis)
10. Osobni **komentar** vježbe (kvaliteta rezultata, eventualni nedostaci aparature, prijedlozi za poboljšanja)

5. DODATNA LITERATURA

1. Marković, Miler, Rubčić: RAČUN POGREŠAKA I STATISTIKA, Prirodoslovno - matematički fakultet, Zagreb 1987.

2. Lopašić, Kos, Henč - Bartolić: MJERE I MJERENJA U FIZICI, Elektrotehnički fakultet, Zagreb 1990.